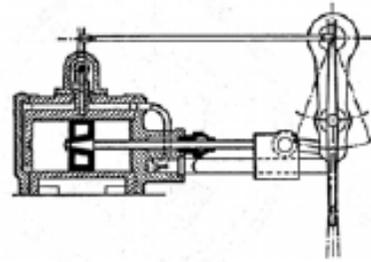


---

# Chapitre 6

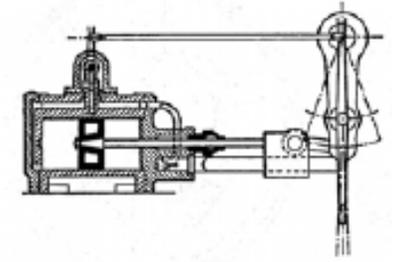


---

## Correction des systèmes

---

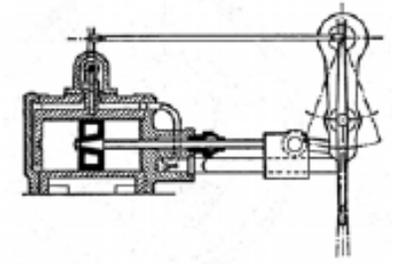
# Plan



- 1. Le dilemme de l'asservissement
- 2. Méthodes et types de correction
- 3. Correction PID
- 4. Méthodes de réglage du PID

---

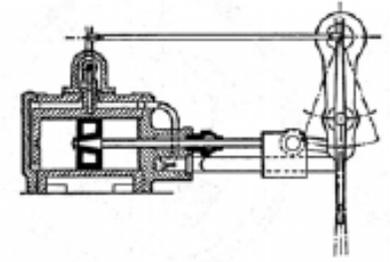
# Plan



- **1. Le dilemme de l'asservissement**
- 2. Méthodes et types de correction
- 3. Correction PID
- 4. Résumé

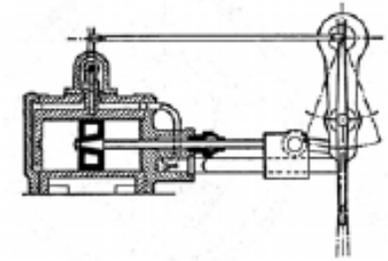
---

# 1. Dilemme de l'asservissement

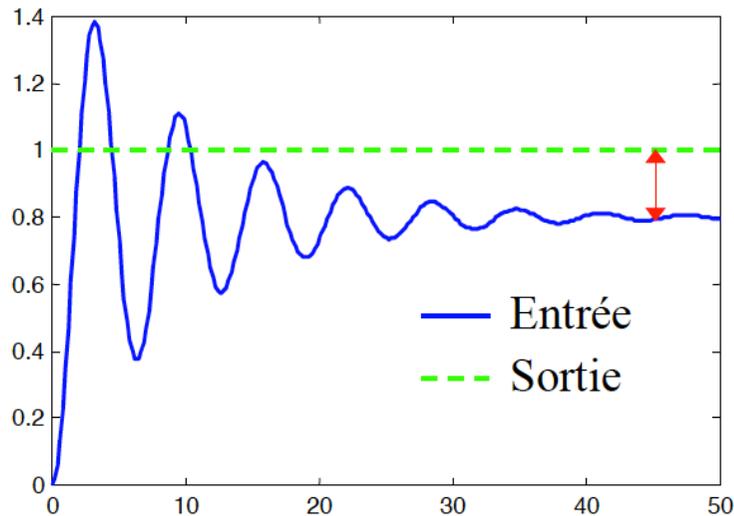


- Un système asservi doit satisfaire à différentes exigences :
  - Stabilité et amortissement
  - Performances en rapidité et précision
- **Objectifs** : transitoires rapides, effacement des effets possibles des perturbations extérieures

# 1. Dilemme de l'asservissement

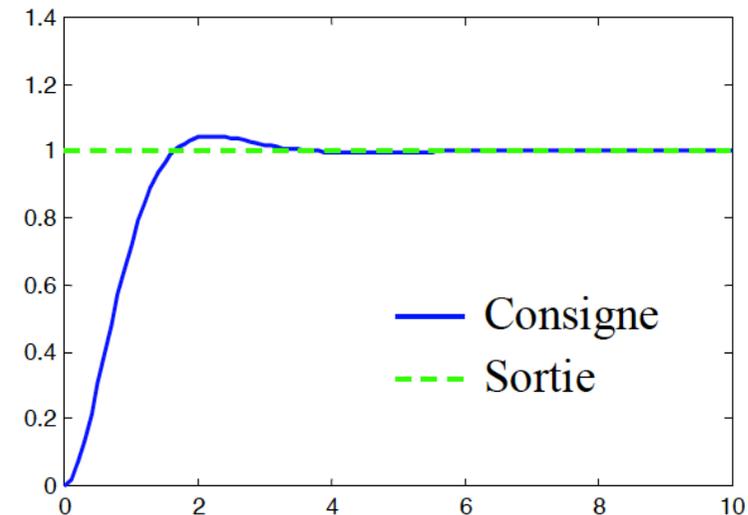


## Systeme à commander



- Réponse oscillatoire
- Réponse mal amortie
- Ecart avec l'entrée en régime établi

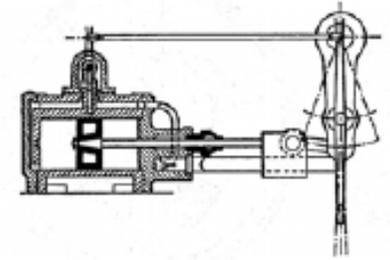
## Comportement désiré



- Réponse oscillatoire
- Réponse bien amortie
- Erreur statique nulle

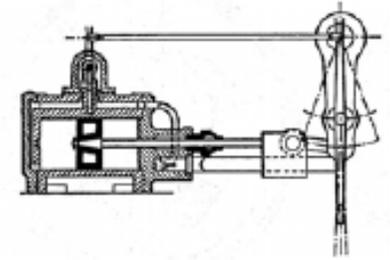
---

# 1. Dilemme de l'asservissement

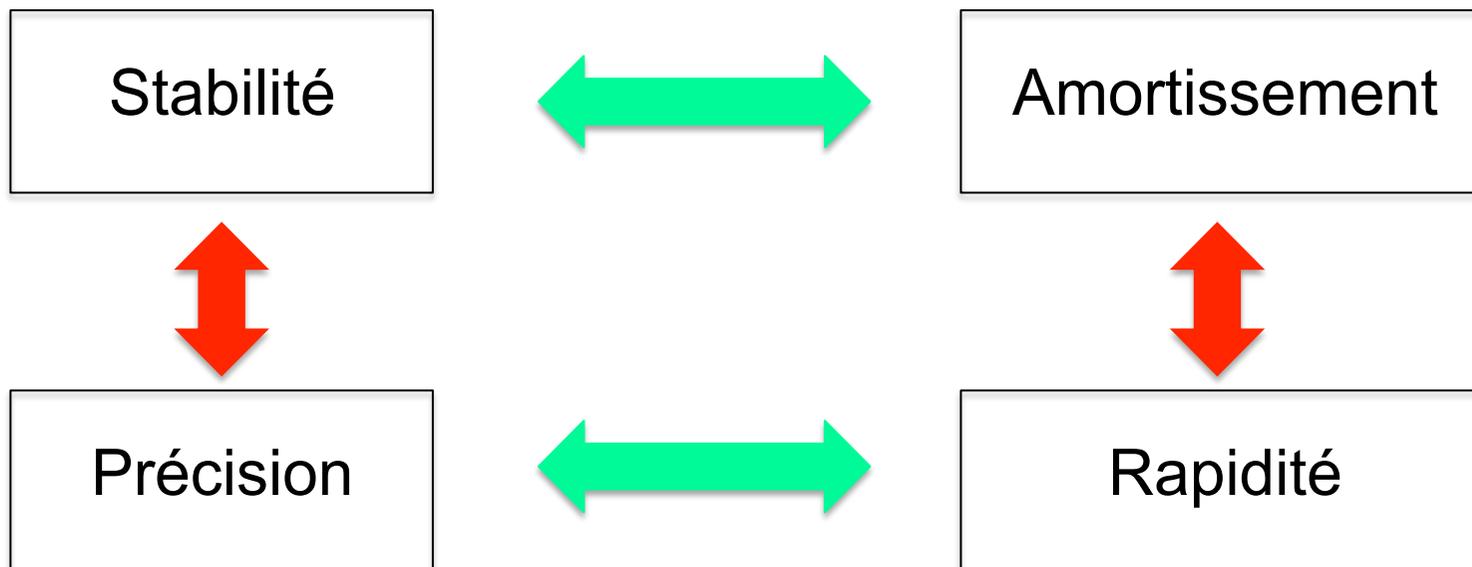


- **Solution** : Insérer un correcteur dans le schéma d'asservissement
- **Utilisation** : Dimensionnement du correcteur selon les éléments fournis dans le Cahier des Charges Fonctionnels (CdCF)
- **Attention** : Tout est affaire de compromis

# 1. Dilemme de l'asservissement

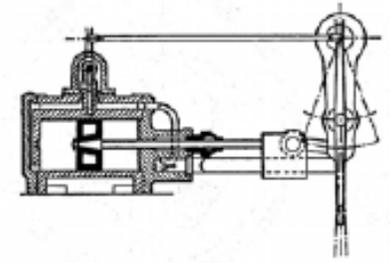


- **Problème** : Les exigences de performance ne sont pas toujours compatibles les unes avec les autres (voir cours Ordre 2)



---

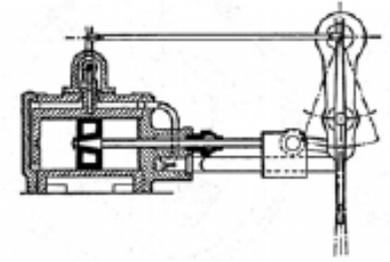
# Plan



- 1. Le dilemme de l'asservissement
- **2. Méthodes et types de correction**
- 3. Correction PID
- 4. Méthodes de réglage du PID

---

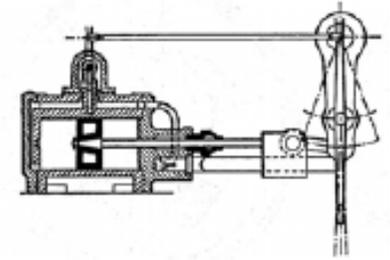
## 2. Méthodes de correction



### ■ Rôle du correcteur

- Elaborer le signal de commande  $u(t)$  adapter aux variations du signal d'erreur  $\varepsilon(t)$ ...
- ... et permettant l'atteinte des objectifs fixés dans le CdCF.

## 2. Méthodes de correction

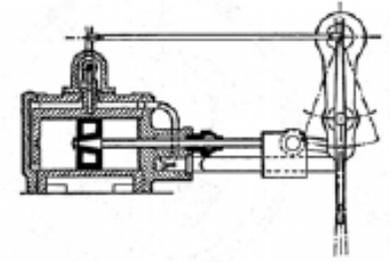


### ■ Éléments du CdCF

- 1. *Stabilité* : critère de Routh ou Nyquist
- 2. *Marge de stabilité* : pour un asservissement optimale, il faut que
  - $M\varphi \geq 45^\circ$
  - $Mg \geq 10dB$
- 3. *Précision (erreur statique), rapidité ( $tr_{5\%}$ , BP)*

---

## 2. Méthodes de correction

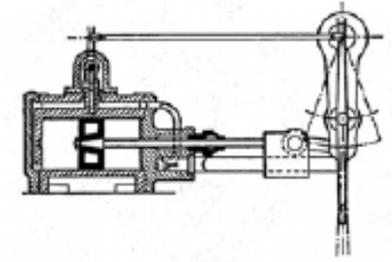


### ■ Questions ?

- ❑ Où se place le correcteur dans le schéma-bloc fonctionnel de l'asservissement ?
- ❑ Quels sont les correcteurs les plus courants, leurs avantages et leurs inconvénients ?

---

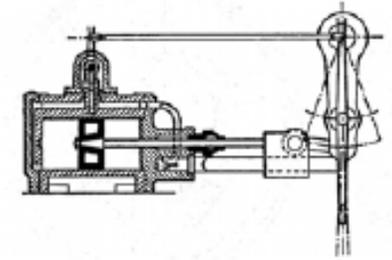
## 2. Méthodes de correction



### ■ Place du correcteur

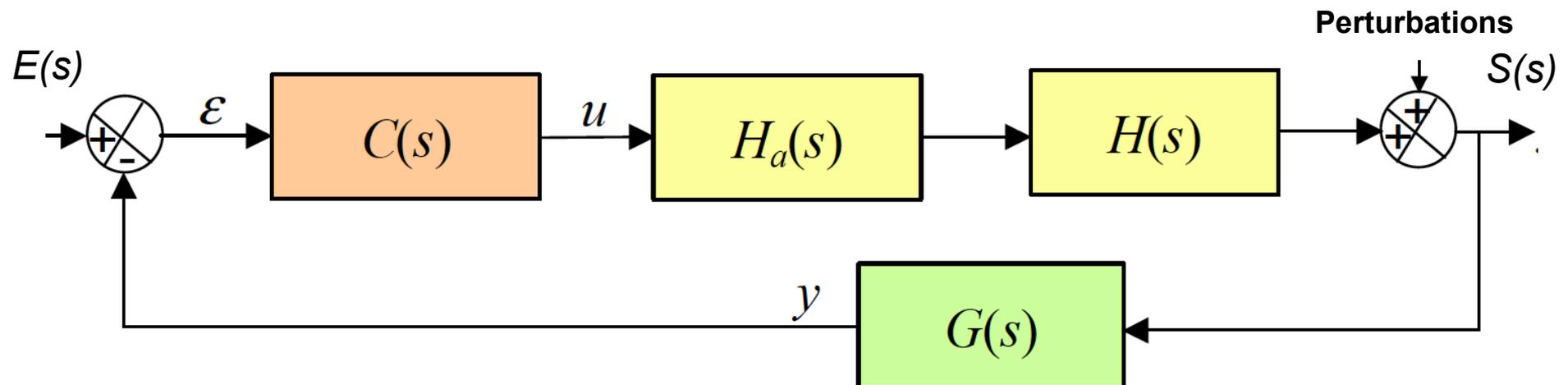
- ❑ Correction série (la plus courante)
- ❑ Correction parallèle
- ❑ Correction mixte série-parallèle
- ❑ Correction par anticipation (la plus poussée)

## 2. Méthodes de correction



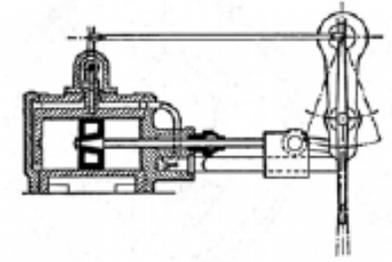
### ■ Place du correcteur

- Correction série (la plus courante)



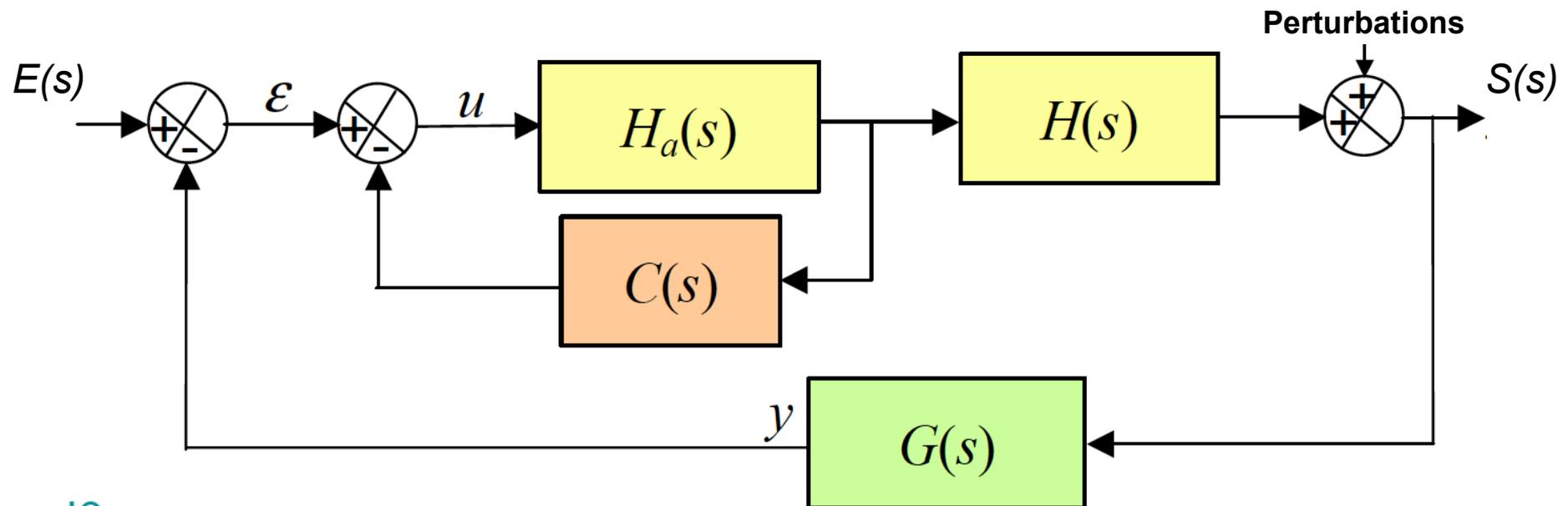
$C(s)$  : Correcteur,  $H_a(s)$  : actionneur,  $H(s)$  : Système,  $G(s)$  : capteur

## 2. Méthodes de correction



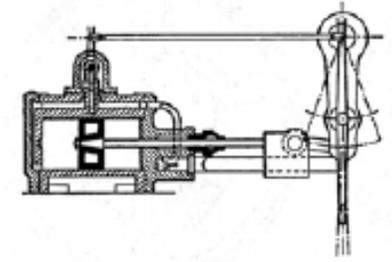
### ■ Place du correcteur

#### □ Correction parallèle



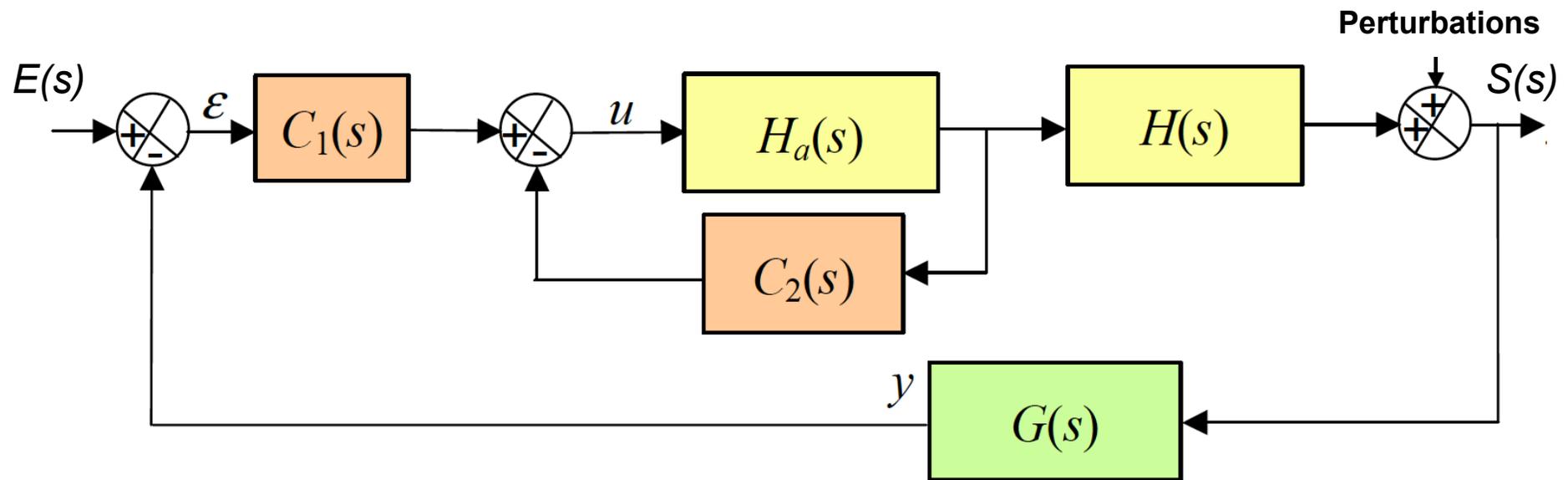
$C(s)$  : Correcteur,  $H_a(s)$  : actionneur,  $H(s)$  : Système,  $G(s)$  : capteur

## 2. Méthodes de correction



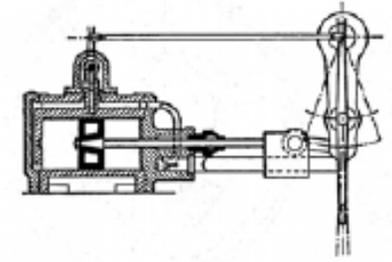
### ■ Place du correcteur

#### □ Correction série-parallèle



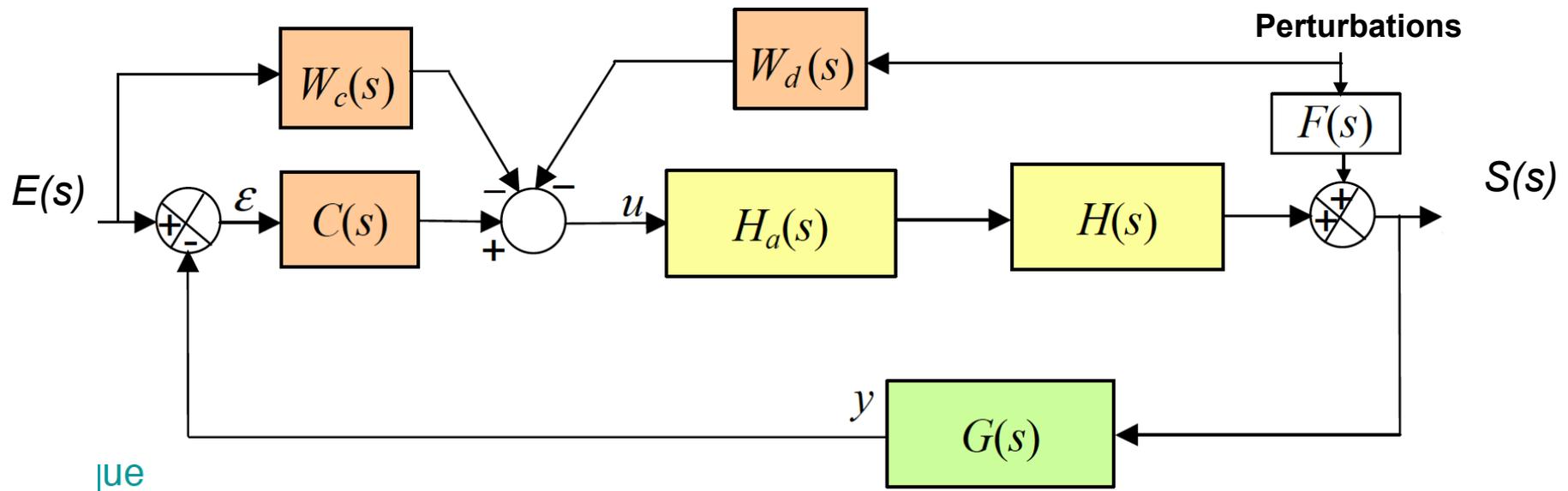
$C_i(s)$  : Correcteur  $i$ ,  $H_a(s)$  : actionneur,  $H(s)$  : Système,  $G(s)$  : capteur

## 2. Méthodes de correction



### ■ Place du correcteur

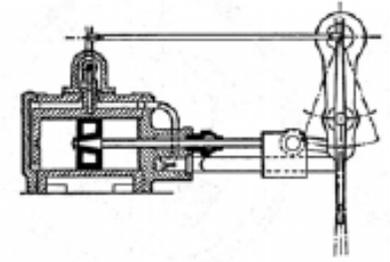
#### □ Correction par anticipation



$C(s)$  : Correcteur,  $H_a(s)$  : actionneur,  $H(s)$  : Système,  $G(s)$  : capteur,  $F(s)$  : perturbations,  $W_i(s)$  : prédicteurs

---

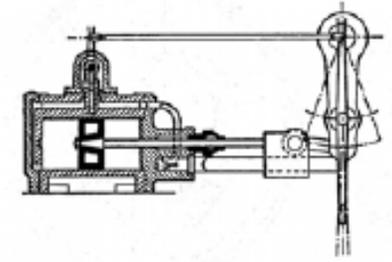
## 2. Méthodes de correction



### ■ Place du correcteur

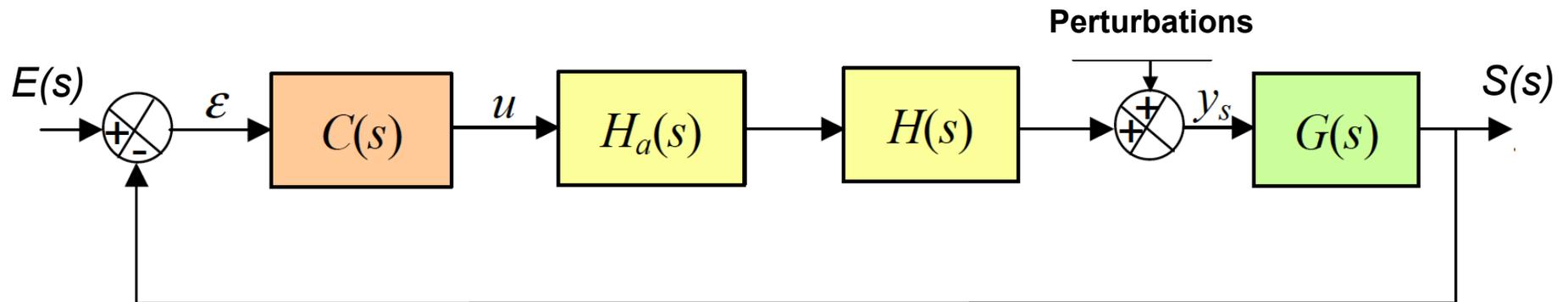
- ❑ **La correction série reste la plus utilisée et la plus facile à mettre en œuvre**
- ❑ On se ramènera dans ce cas à un asservissement retour unitaire en plaçant le capteur en bout de chaîne directe

## 2. Méthodes de correction



### ■ Place du correcteur

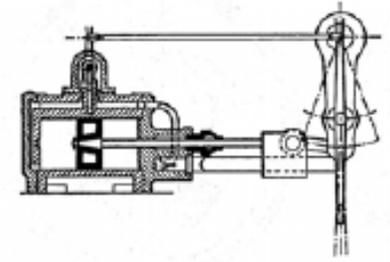
- Correction série à retour unitaire



**C(s)** : Correcteur, **H<sub>a</sub>(s)** : actionneur, **H(s)** : Système, **G(s)** : capteur

---

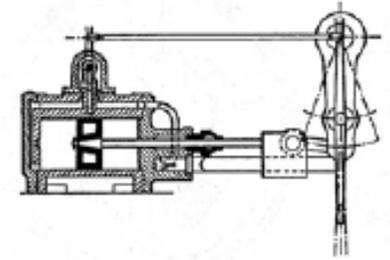
## 2. Méthodes de correction



### ■ Type de correcteur

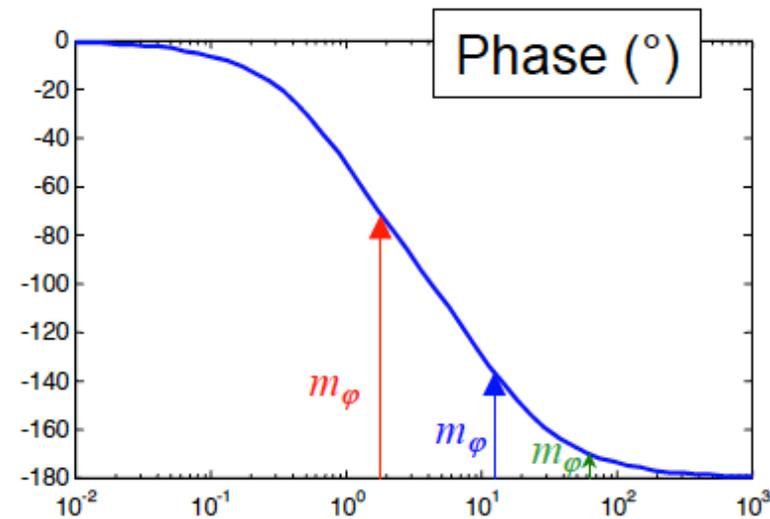
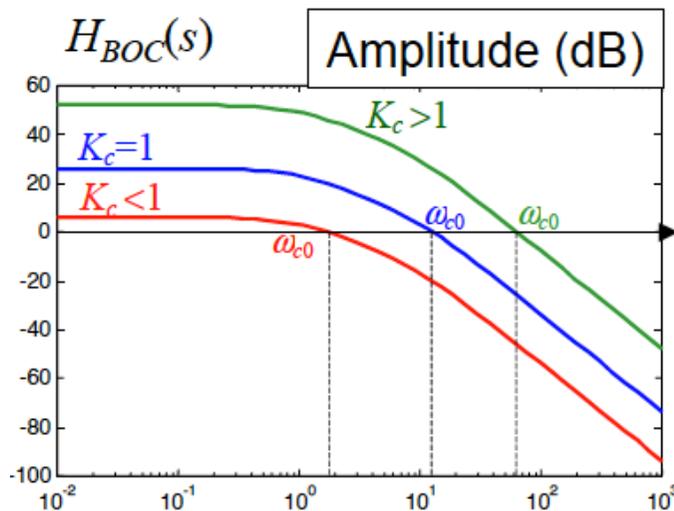
- Le type du correcteur dépend de son action dans le domaine de Black (ou Bode) sur la  $T_{BO}$
- On distingue alors deux types de correcteurs :
  - Les correcteurs « **translatants** »
  - Les correcteurs « **déformants** »

## 2. Méthodes de correction

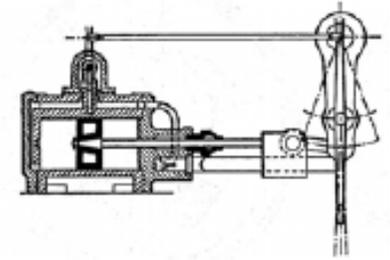


### ■ Les correcteurs « translatants »

Comme leur nom l'indique, ils ne font que **translater uniformément** le lieu de Black (Bode) en gain (dB) de la  $T_{BO}$  sans modifier la phase.

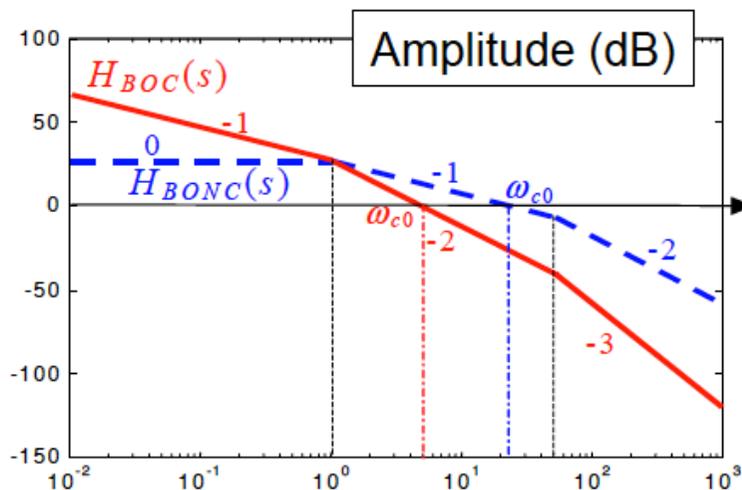


## 2. Méthodes de correction

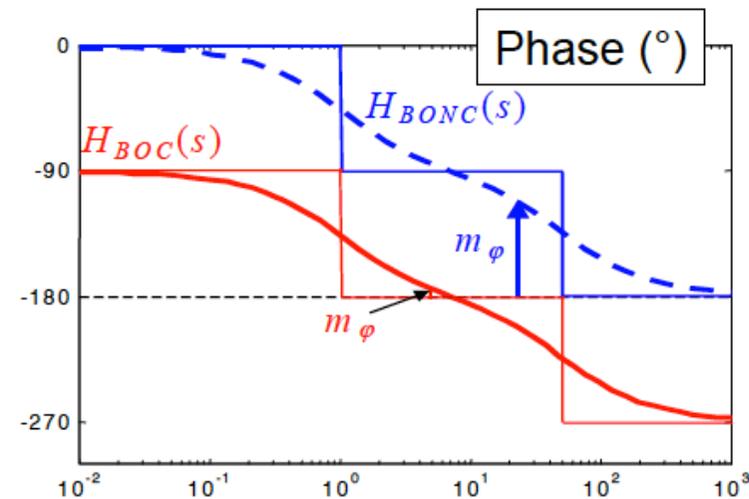


### ■ Les correcteurs « déformants »

Leur action sur le lieu de Black (Bode) est plus complexe ; en fonction de la fréquence du signal d'entrée, gain (en dB) et phase peuvent être modifiés



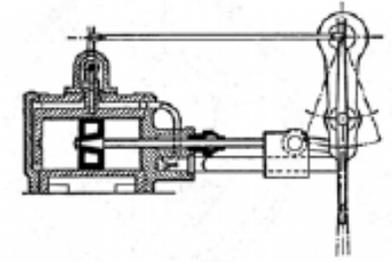
Augmentation des pentes  
de +20dB/décade



Translation du diagramme  
de phase de 90° vers le bas

---

## 2. Méthodes de correction

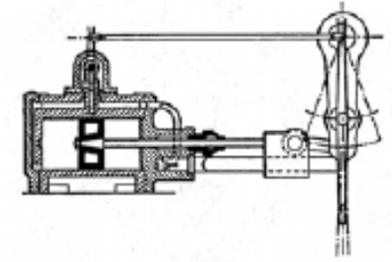


### ■ Les types de correcteurs

- ❑ Correcteur proportionnel (P)
- ❑ Correcteur intégral (I)
- ❑ Correcteur Dérivée (D)
- ❑ Correcteur PI
- ❑ Correcteur PD
- ❑ Correcteur PID
- ❑ Correcteur à Avance de Phase
- ❑ Correcteur à Retard de Phase

---

## 2. Méthodes de correction

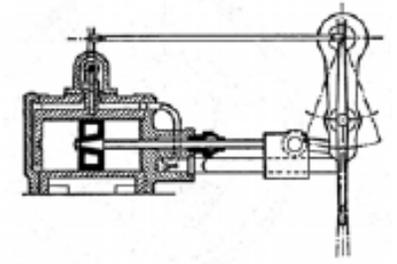


### ■ Les types de correcteurs

- ❑ **Correcteur proportionnel (P)**
- ❑ **Correcteur intégral (I)**
- ❑ **Correcteur Dérivée (D)**
- ❑ **Correcteur PI**
- ❑ **Correcteur PD**
- ❑ **Correcteur PID**
- ❑ **Correcteur à Avance de Phase**
- ❑ **Correcteur à Retard de Phase**

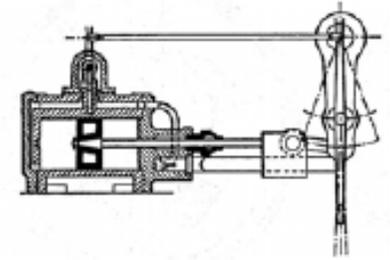
---

# Plan



- 1. Le dilemme de l'asservissement
- 2. Méthodes et types de correction
- **3. Correction PID**
- 4. Méthodes de réglage du PID

## 3. Correction PID

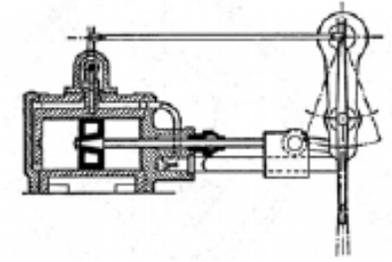


### ■ Principe

- ❑ L'idée de ce correcteur est de mettre en commun trois types de correction différentes afin d'en tirer un maximum d'avantages.
- ❑ Correction **Proportionnelle, Intégrale et Dérivée**
- ❑ **Attention** : on met également en commun les inconvénients... encore une fois tout est affaire de compromis

---

## 3. Correction PID



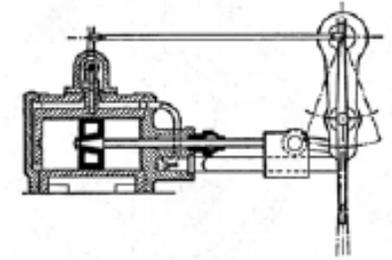
### ■ Correction proportionnelle (P)

- Fonction de transfert du correcteur

$$C(p) = K_c \quad \text{avec } K_c \text{ une constante positive}$$

- Il s'agit d'un correcteur de type translatant

### 3. Correction PID



#### ■ Correction proportionnelle (P)

##### □ Preuve :

$$T_{BOC}(j\omega) = K_c \cdot T_{BO}(j\omega)$$

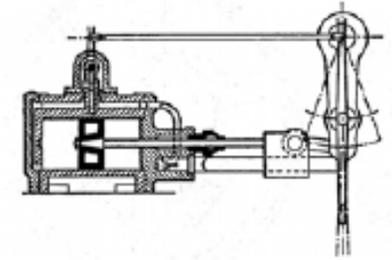
##### □ Effet sur le gain

$$|T_{BOC}(j\omega)|_{dB} = 20 \text{Log}(K_c \cdot |T_{BO}(j\omega)|)$$

$$|T_{BOC}(j\omega)|_{dB} = 20 \text{Log}(K_c) + |T_{BO}(j\omega)|_{dB}$$

Translation du lieu de Bode en gain de  $20\text{Log}(K_c)$  dB

### 3. Correction PID



#### ■ Correction proportionnelle (P)

□ Preuve :

□ Effet sur la phase

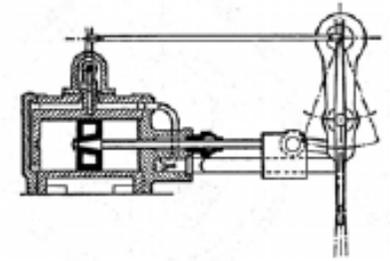
$$\arg(T_{BOC}(j\omega)) = \arg(K_c \cdot T_{BO}(j\omega))$$

$$\arg(T_{BOC}(j\omega)) = \arg(K_c) + \arg(T_{BO}(j\omega))$$

$$\arg(T_{BOC}(j\omega)) = 0 + \arg(T_{BO}(j\omega))$$

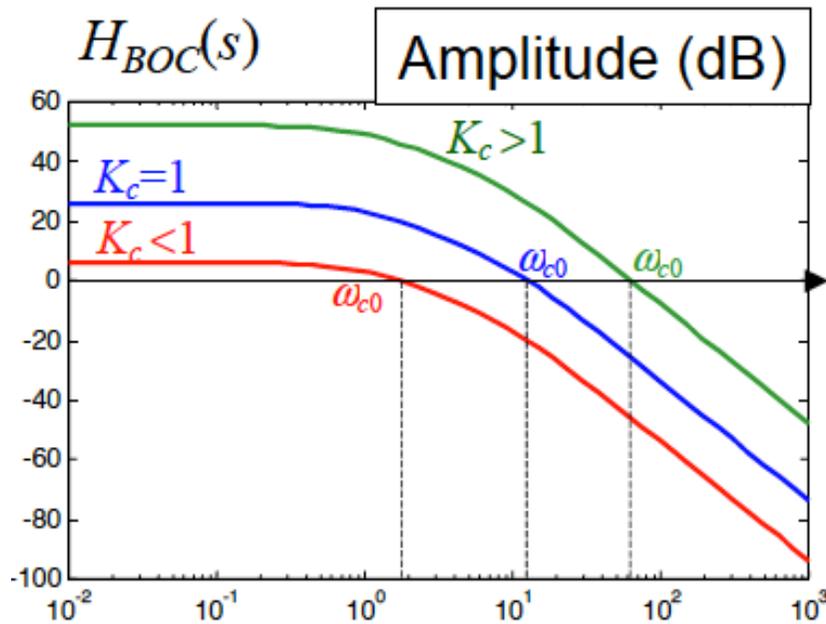
Aucun effet sur la phase

# 3. Correction PID



## ■ Correction proportionnelle (P)

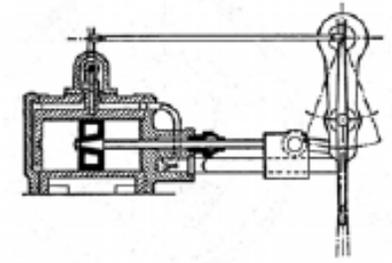
### □ Illustration



$K_c > 1$  Translation du gain vers le haut

$K_c < 1$  Translation du gain vers le bas

## 3. Correction PID



### ■ Correction proportionnelle (P)

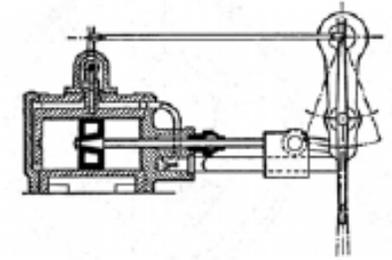
#### □ Effet du correcteur

**++ Accélération de la dynamique du système  
(voir ordre 1)**

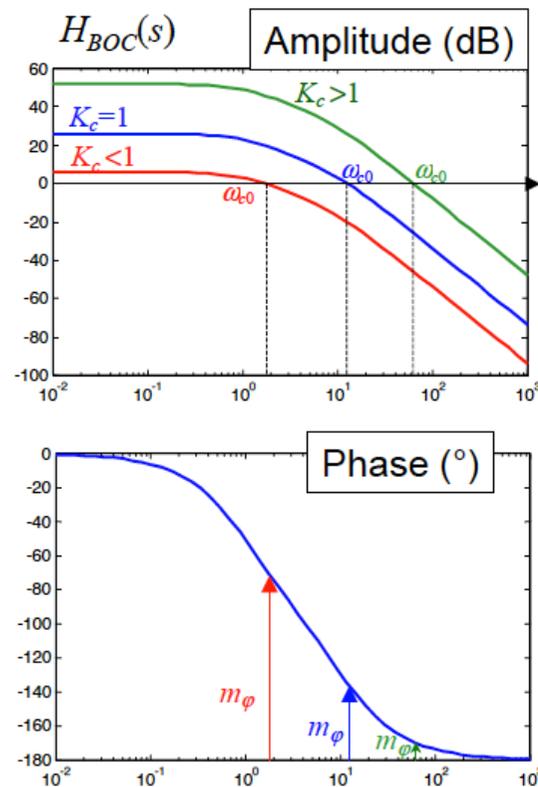
**-- Diminution de la stabilité ( $K_c > 1$ )**

**-- Impossibilité de régler en même temps des performances de précision et de dynamique**

# 3. Correction PID

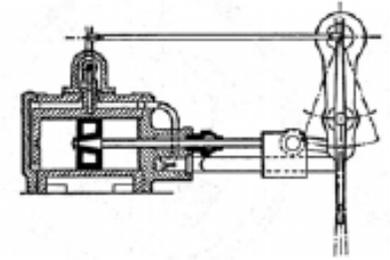


- **Correction proportionnelle (P)**
  - **Diminution de la stabilité (illustration)**



Plus  $K_c$  est grand plus le système est « rapide » et précis, mais plus la marge de phase en BO est réduite

### 3. Correction PID



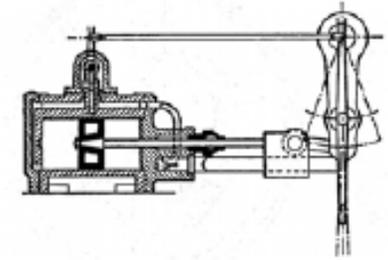
#### ■ Correction intégrale (I)

- Fonction de transfert du correcteur

$$C(p) = \frac{1}{\tau_i p} = \frac{K_i}{p} \quad T_i \text{ est appelée constante de temps d'intégration}$$

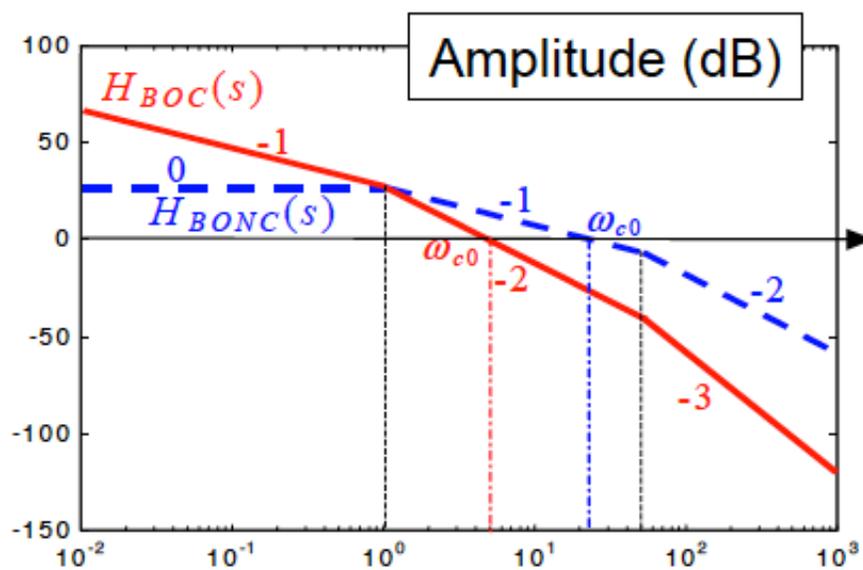
- Il s'agit d'un correcteur de type déformant
- Le choix de la constante de temps d'intégration est important

# 3. Correction PID

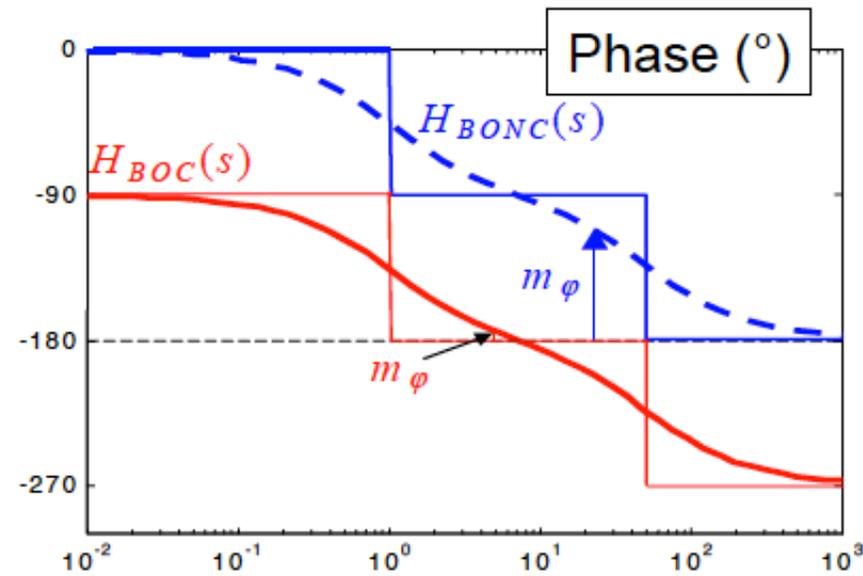


## ■ Correction intégrale (I)

### □ Effet en fréquence

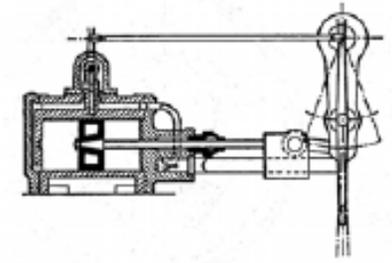


Augmentation des pentes  
de +20dB/décade



Translation du diagramme  
de phase de 90° vers le bas

## 3. Correction PID



### ■ Correction intégrale (I)

#### □ Effet sur la dynamique

**++ Suppression de l'erreur de position (voir preuve)\***

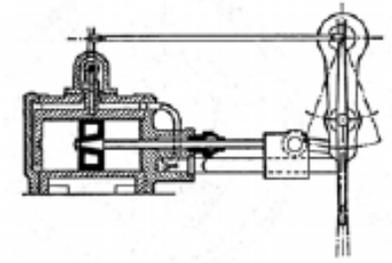
**-- Ralentissement du système**

**-- Diminution de la stabilité (réduction de la marge de phase)**

---

\* La mise en série de deux intégrations ( $1/p^2$ ) dans la chaîne directe supprime l'erreur de traînage

## 3. Correction PID



### ■ Correction intégrale (I)

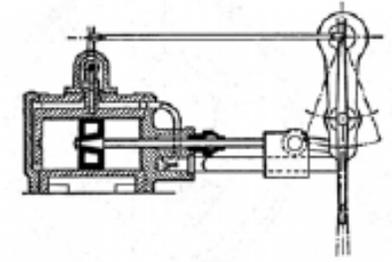
□ **Preuve** : Suppression erreur de position

□ **Exemple avec un ordre 1** (retour unitaire et  $G(p)=H_a(p)=1$ ) :

$$T_{BF}(p) = \frac{\frac{K}{(1+\tau p)} \cdot \frac{1}{\tau_i p}}{1 + \frac{K}{(1+\tau p)} \cdot \frac{1}{\tau_i p}} = \frac{K}{(1+\tau p) \cdot \tau_i p + K}$$

\* La mise en série de deux intégrations ( $1/p^2$ ) dans la chaîne directe supprime l'erreur de traînage

### 3. Correction PID



#### ■ Correction intégrale (I)

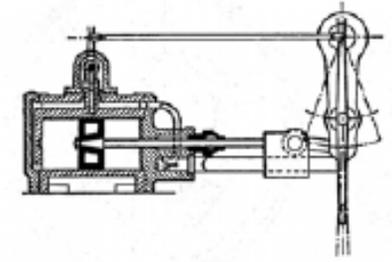
□ **Preuve** : Suppression erreur de position

□ **Exemple avec un ordre 1** (retour unitaire et  $G(p)=H_a(p)=1$ ) :

$$T_{BF}(p) = \frac{K}{(1 + \tau p) \cdot \tau_i p + K} = \frac{1}{1 + \frac{\tau_i}{K} p + \frac{\tau_i \tau}{K} p^2}$$

\* La mise en série de deux intégrations ( $1/p^2$ ) dans la chaîne directe supprime l'erreur de traînage

### 3. Correction PID



#### ■ Correction intégrale (I)

□ **Preuve** : Suppression erreur de position

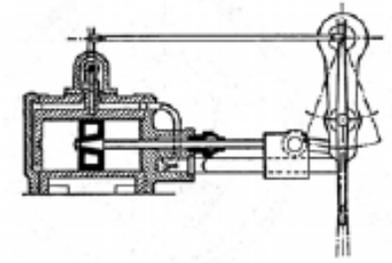
□ **Exemple avec un ordre 1** (retour unitaire et  $G(p)=H_a(p)=1$ ) :

$G_{BF}=1$  donc pas d'erreur statique

$$T_{BF}(p) = \frac{K}{(1 + \tau p) \cdot \tau_i p + K} = \frac{\textcircled{1}}{1 + \frac{\tau_i}{K} p + \frac{\tau_i \tau}{K} p^2}$$

\* La mise en série de deux intégrations ( $1/p^2$ ) dans la chaîne directe supprime l'erreur de traînage

## 3. Correction PID



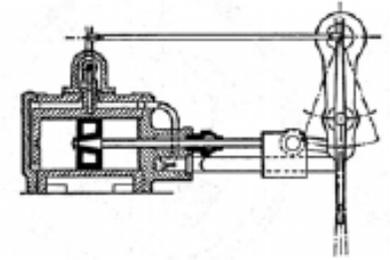
### ■ Correction intégrale (I)

- **Preuve** : Suppression erreur de position
- Cette propriété est généralisable à l'ensemble des système d'ordre supérieur.

---

\* La mise en série de deux intégrations ( $1/p^2$ ) dans la chaîne directe supprime l'erreur de traînage

### 3. Correction PID



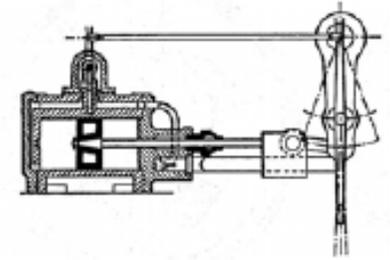
#### ■ Correction dérivée (D)

- Fonction de transfert théorique du correcteur

$$C(p) = \tau_D p \quad \tau_D \text{ constante de temps de dérivation}$$

- Fonction de transfert non causale (doit être associée à une correction P en pratique)

### 3. Correction PID



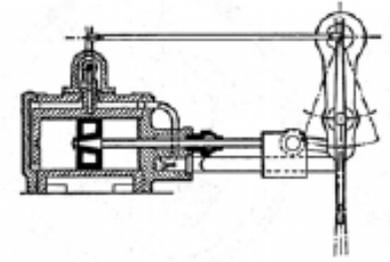
#### ■ Correction dérivée (D)

- Fonction de transfert théorique du correcteur

$$C(p) = \tau_d p \quad \tau_d \text{ constante de temps de dérivation}$$

- Fonction de transfert non causale (doit être associée à une correction P en pratique)
- **++ Stabilise le système par augmentation de la Marge de phase**

## 3. Correction PID



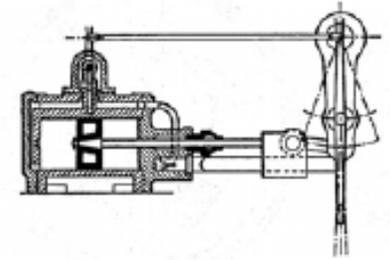
### ■ Correction PI

- Fonction de transfert du correcteur

$$C(p) = K_c + \frac{K_c}{\tau_i p} = K_c \left( \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p} \right)$$

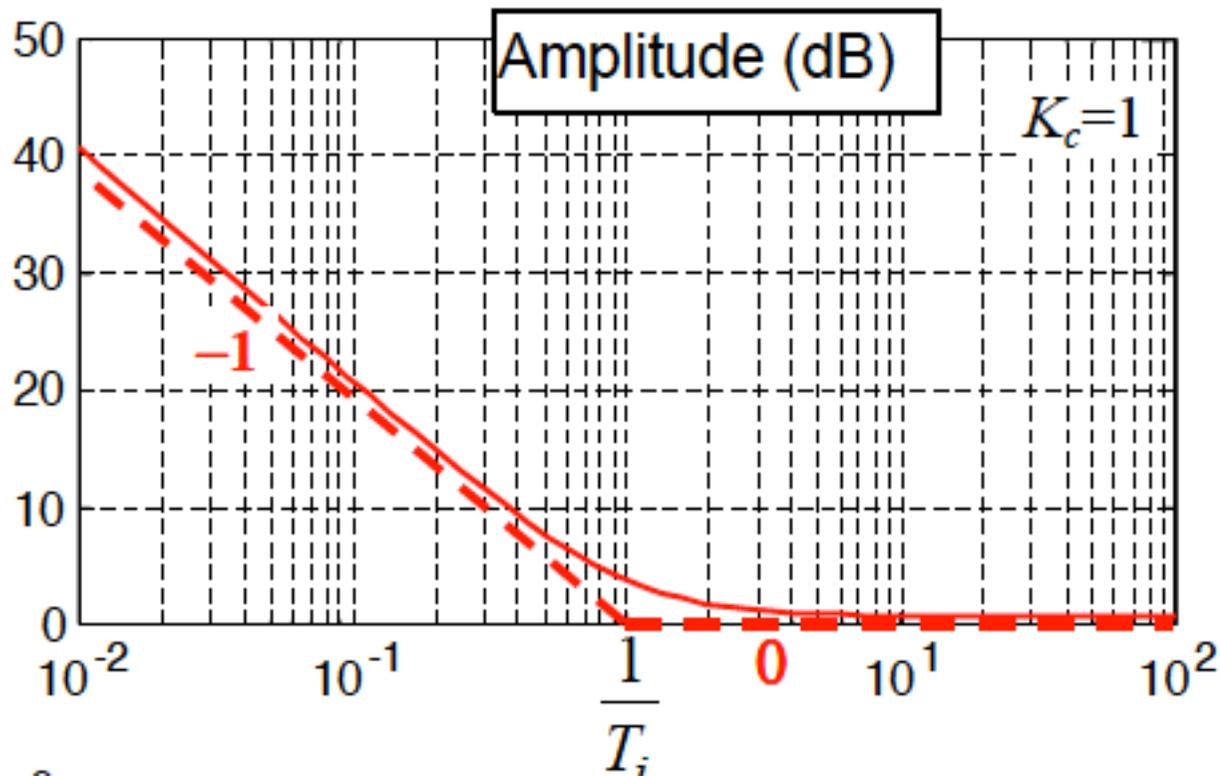
- **Idée** : combiner les avantages des deux correcteurs pour accélérer le système et supprimer l'erreur statique

# 3. Correction PID



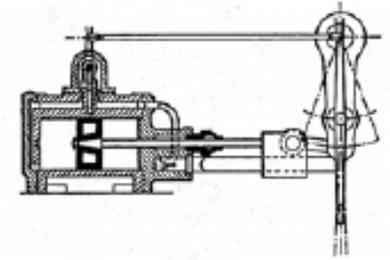
## ■ Correction PI

- Réponse fréquentielle (gain)



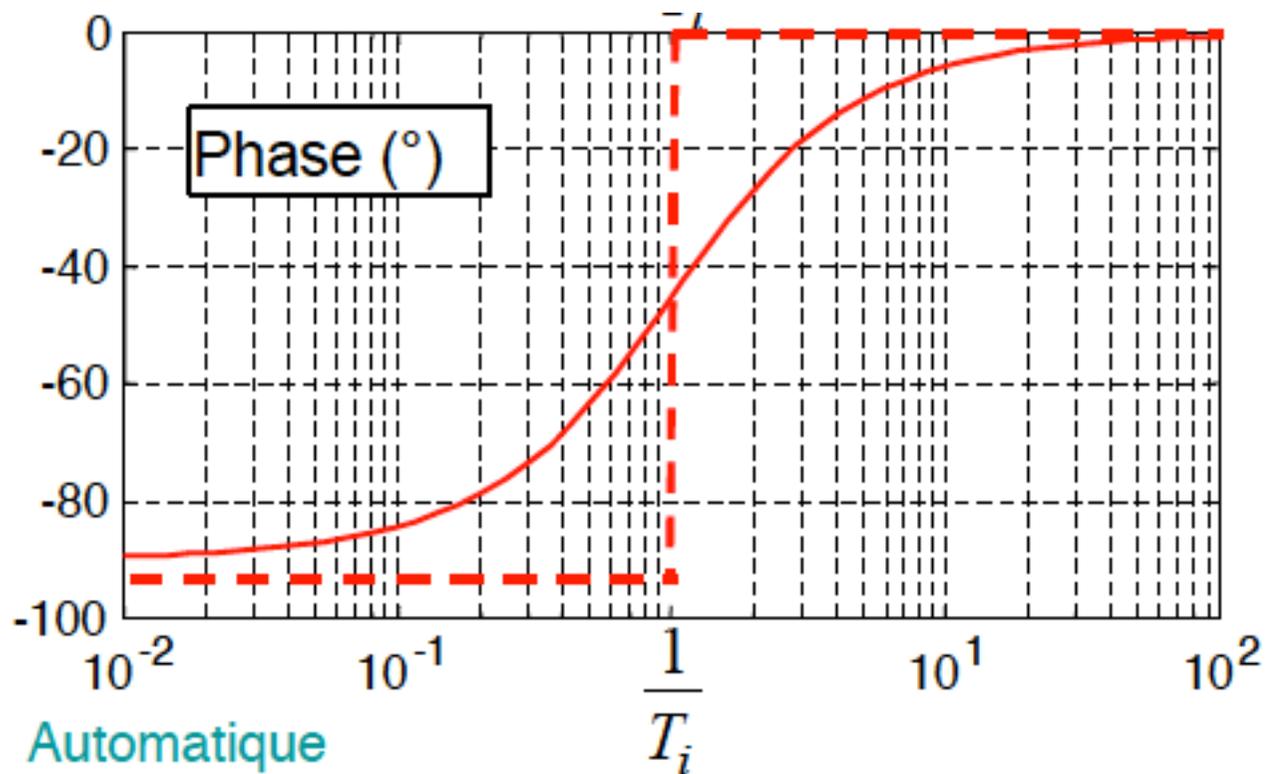
Le gain du système corrigé ne sera pas modifié en hautes fréquences ( $\omega \gg 1/T_i$ )

# 3. Correction PID



## ■ Correction PI

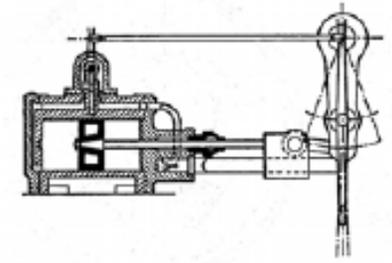
- Réponse fréquentielle (phase)



La phase du système corrigé n'est modifiée qu'en basses fréquences

$$\omega < 1/T_i$$

## 3. Correction PID



### ■ Correction PI

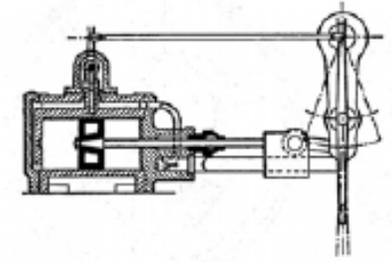
#### □ Effet du correcteur

**++ Accélération de la dynamique du système**

**++ Suppression de l'erreur statique**

**-- Effet déstabilisant sur le système pour un mauvais choix de  $T_i$  par réduction de la marge de phase.**

## 3. Correction PID



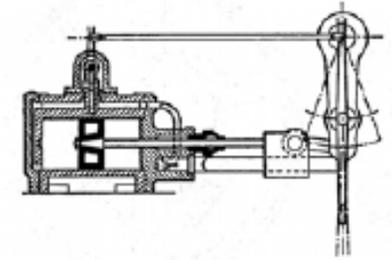
### ■ Correction PD

- Fonction de transfert du correcteur

$$C(p) = K_c (1 + \tau_d p)$$

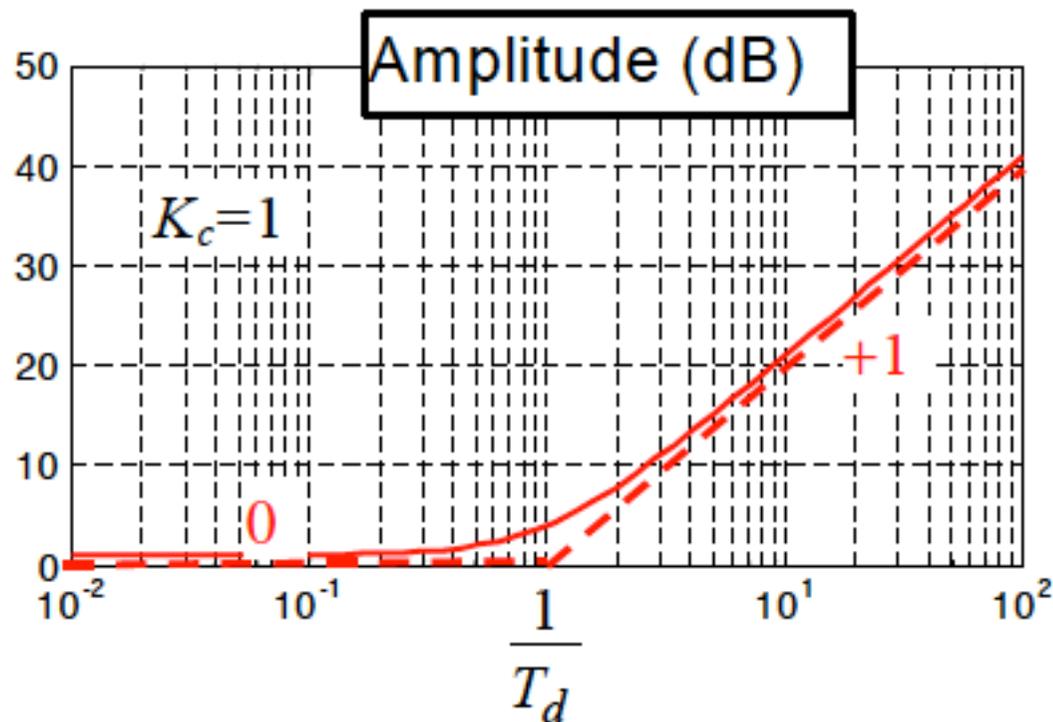
- **Idée** : combiner les avantages des deux correcteurs pour accélérer le système sans perdre de stabilité

# 3. Correction PID



## ■ Correction PD

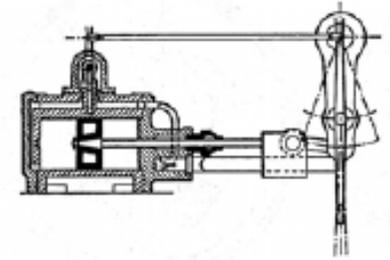
- Réponse fréquentielle (gain)



Amplification des hautes fréquences -> Augmentation de la BP et donc de la rapidité du système

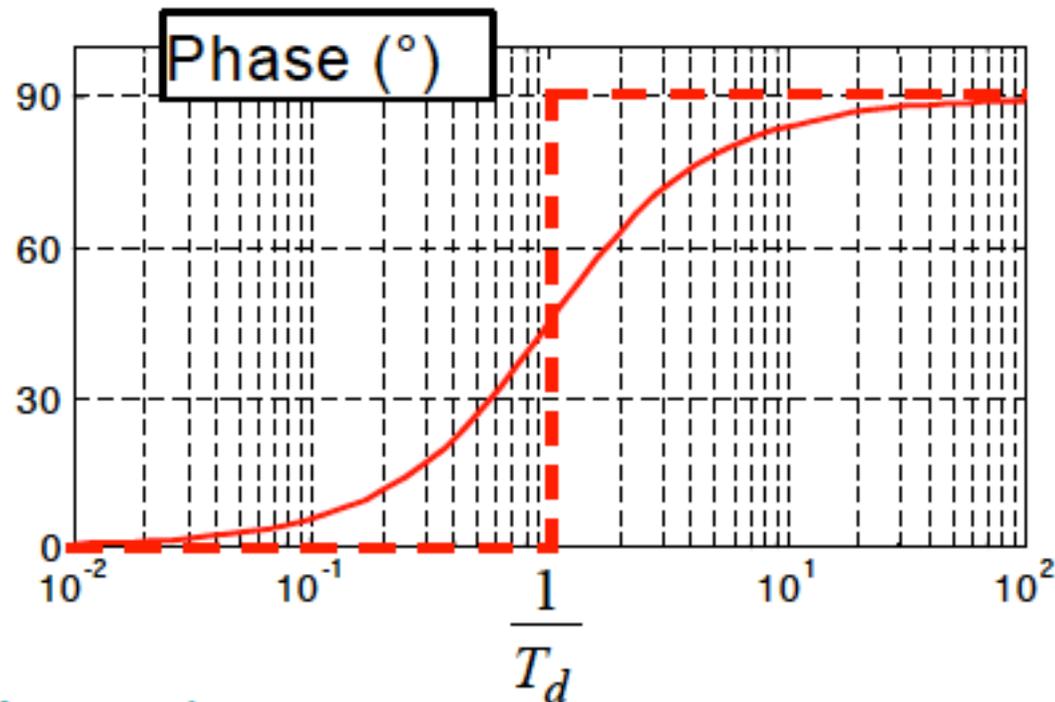
Amplification du bruit en haute fréquence

# 3. Correction PID



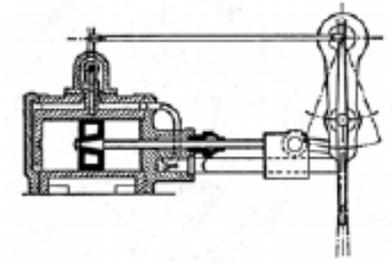
## ■ Correction PD

- Réponse fréquentielle (gain)



Pour les fréquences  $>$  à  $1/T_d$  augmentation de la marge de phase (au maximum de  $90^\circ$ )

## 3. Correction PID



### ■ Correction PD

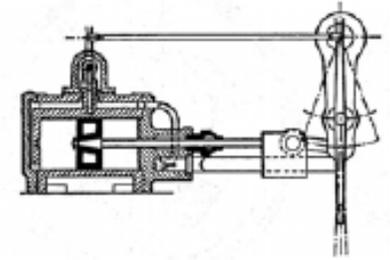
**++ Accélération de la dynamique du système**

**++ Effet stabilisant grâce à l'action D par augmentation de la marge de phase**

**-- Diminution mais pas suppression de l'erreur statique**

**-- Sensibilité au bruit (amplification des haute fréquence)**

## 3. Correction PID



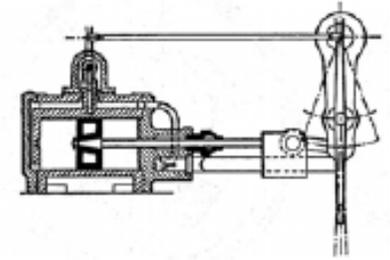
### ■ Correction PID

- Fonction de transfert du correcteur (dit mixte)

$$C(p) = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_i p} + \tau_d p \right)$$

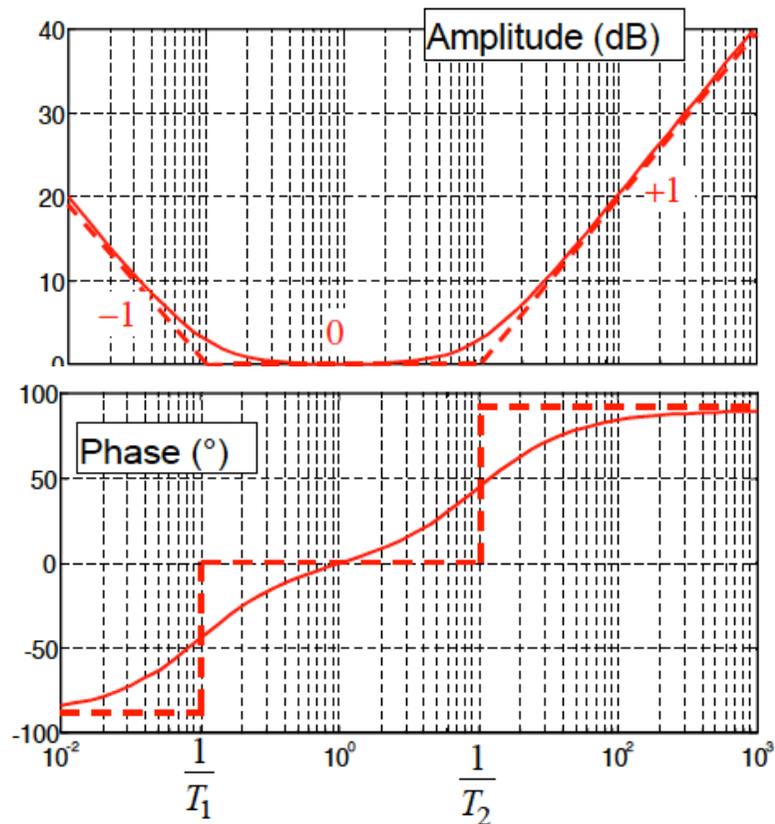
- **Idée** : combiner les avantages des trois correcteurs pour accélérer le système et supprimer l'erreur statique, le tout sans perdre de stabilité 😊

# 3. Correction PID



## ■ Correction PID

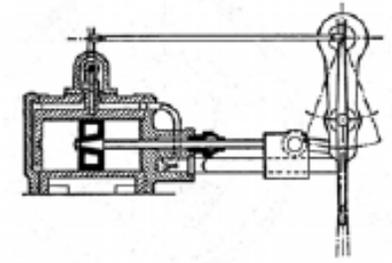
### □ Réponse fréquentielle (gain et phase)



Effet PI en basse fréquence

Effet PD en haute fréquence

## 3. Correction PID



### ■ Correction PID

#### □ Effet du correcteur

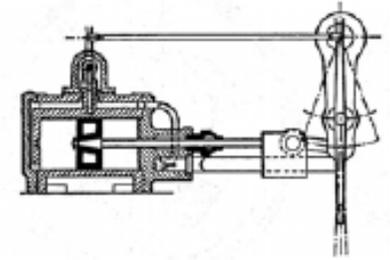
**++ Accélération de la dynamique du système**

**++ Effet stabilisant grâce à l'action D par augmentation de la marge de phase**

**++ Suppression de l'erreur statique**

**-- Réglage (amplification des hautes fréquences)**

### 3. Correction PID

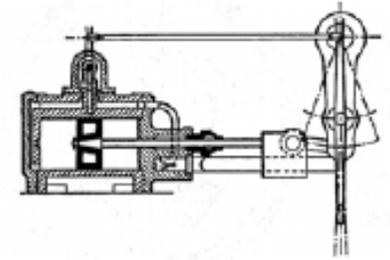


#### ■ Correction PID

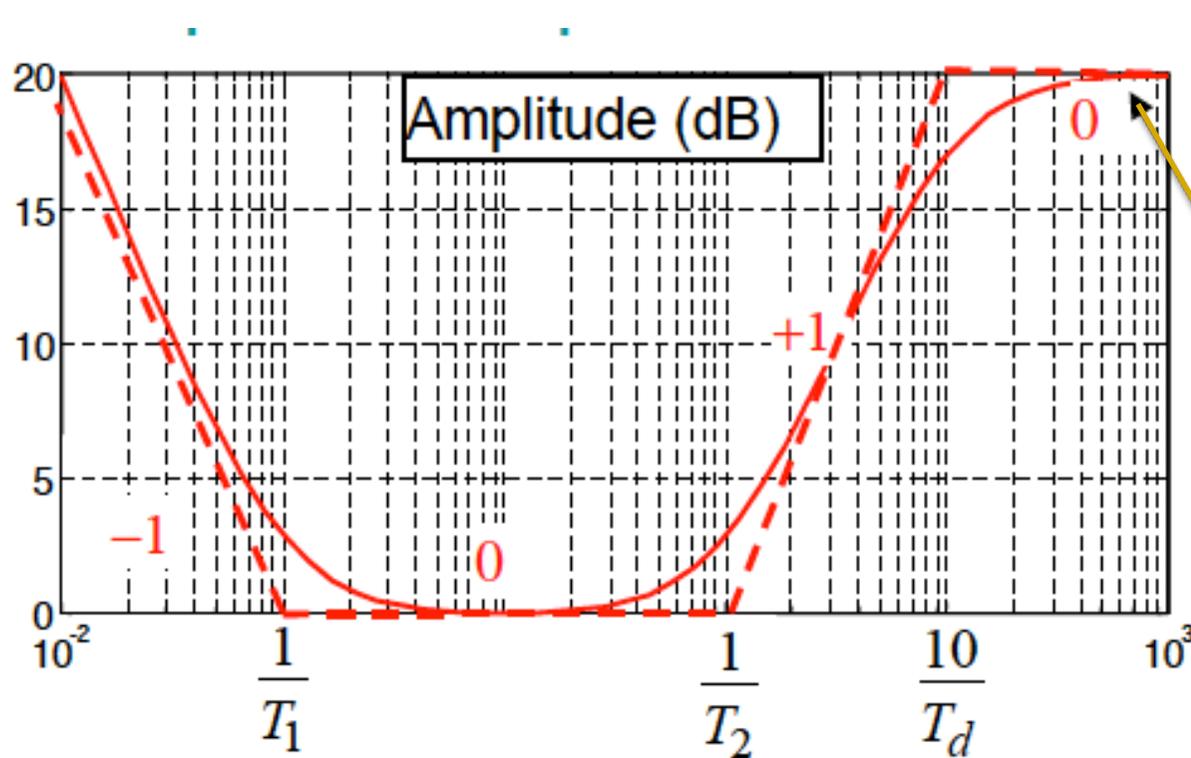
- **En pratique, nécessité d'associer un filtre passe-bas en haute fréquence pour éviter l'amplification du bruit**

$$C(p) = K_c \frac{\left(1 + \frac{1}{\tau_i p} + \tau_d p\right)}{1 + \frac{\tau_d}{N}} \quad \text{Avec } N > 10$$

# 3. Correction PID



## ■ Correction PID

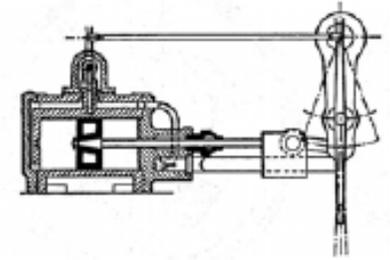


$$C(p) = K_c \frac{\left(1 + \frac{1}{\tau_i p} + \tau_d p\right)}{1 + \frac{\tau_d}{N}}$$

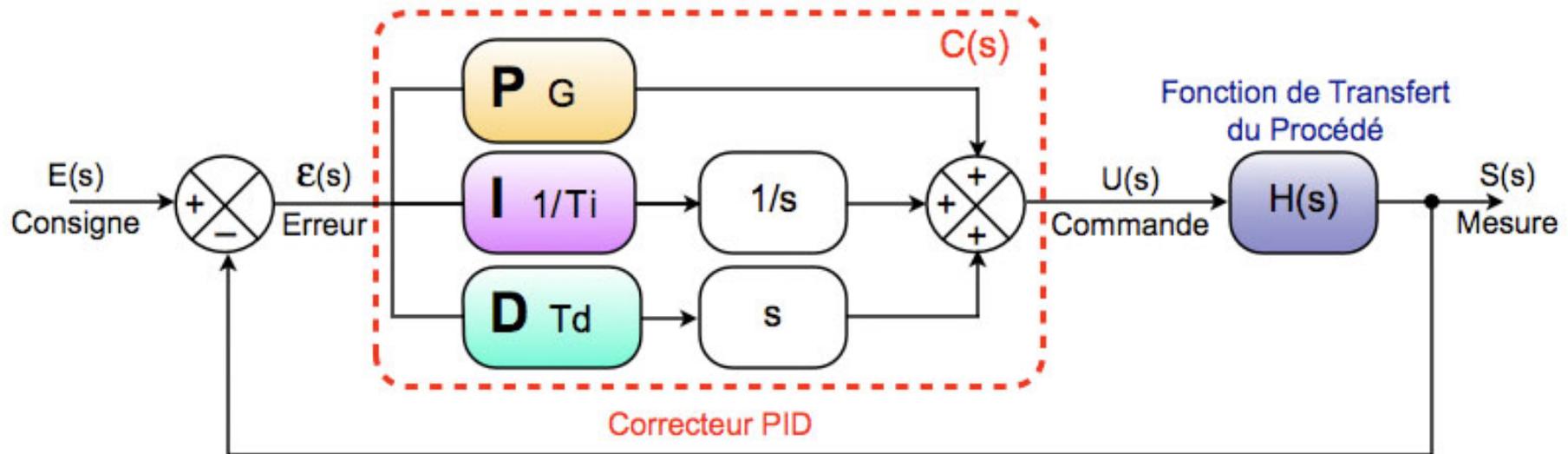
Avec  $N > 10$

Filtrage des hautes fréquences

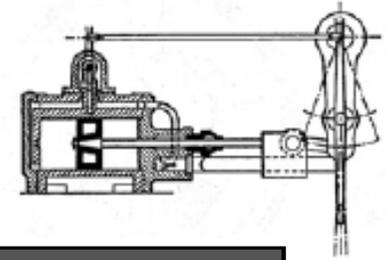
# 3. Correcteur PID

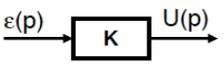
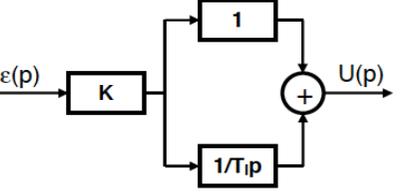
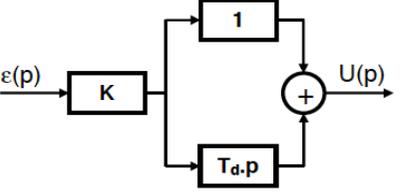
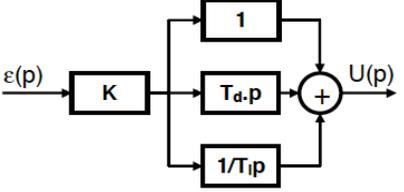
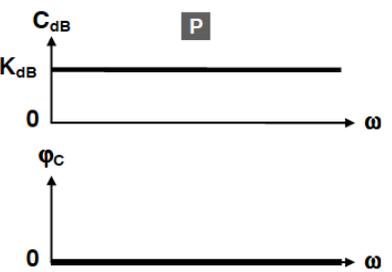
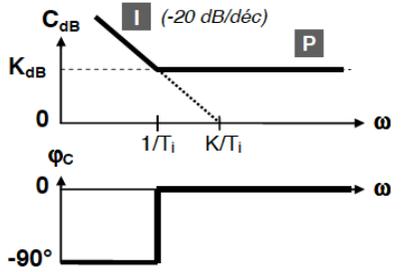
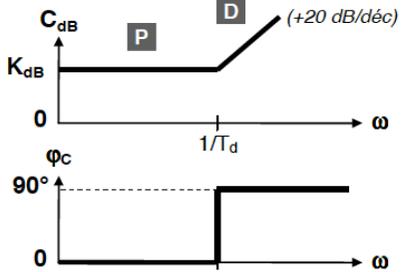
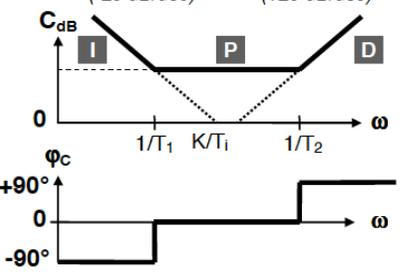


- Schéma-bloc du correcteur PID



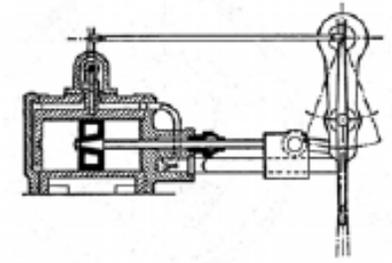
# 3. Correcteur PID (résumé)



Correcteur P	Correcteur PI	Correcteur PD	Correcteur PID
<ul style="list-style-type: none"> <li>Schéma fonctionnel</li> </ul>  $C(p) = K$	<ul style="list-style-type: none"> <li>Schéma fonctionnel</li> </ul>  $C(p) = K \cdot \frac{1 + T_i p}{T_i p}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>Schéma fonctionnel</li> </ul>  $C(p) = K \cdot (1 + T_d p)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>Schéma fonctionnel</li> </ul>  $C(p) = K \cdot \frac{1 + T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>Diagramme de Bode (squelette)</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diagramme de Bode (squelette)</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diagramme de Bode (squelette)</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diagramme de Bode (squelette)</li> </ul> 
<ul style="list-style-type: none"> <li>Caractéristiques</li> </ul> <p>Il <b>améliore la précision et la rapidité</b> si K augmente au détriment de la stabilité.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Caractéristiques</li> </ul> <p>Il <b>annule l'erreur statique</b> en augmentant le gain statique aux basses fréquences.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Caractéristiques</li> </ul> <p>Il <b>augmente la marge de phase</b> et donc améliore la stabilité. Il influence également sur la <b>rapidité</b>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Caractéristiques</li> </ul> <p>Il combine les effets de l'action intégrale (annulation de l'erreur statique) et de l'action dérivée (stabilité et rapidité accrues).</p>

---

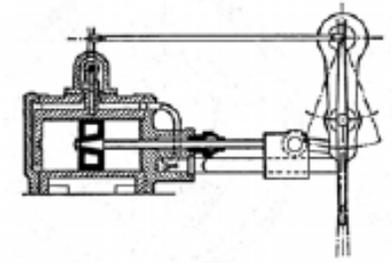
# Plan



- 1. Le dilemme de l'asservissement
- 2. Méthodes et types de correction
- 3. Correction PID
- **4. Méthodes de réglage du PID**

---

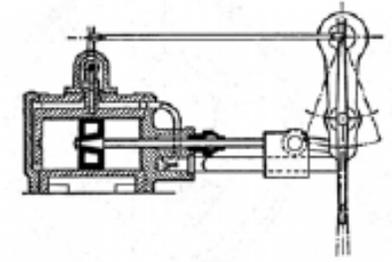
## 4. Réglage du PID



- **Les méthodes les plus courantes**
  - ❑ Les approches de Ziegler-Nichols (1 et 2)
  - ❑ Méthode de Strejc
  - ❑ Approche dite de la réglabilité
  - ❑ Méthode du modèle
  - ❑ Méthode fréquentielle

---

## 4. Réglage du PID



- **Les méthodes les plus courantes**
  - Les approches de Ziegler-Nichols (1 et 2)
  - **Méthode de Strejc (TP)**
  - Approche dite de la réglabilité
  - Méthode du modèle
  - Méthode fréquentielle